

Численное интегрирование системы связанных нелинейных уравнений Шредингера

А.Ж. Сахабутдинов^{1,*}, В.И. Анфиногентов¹, О.Г. Морозов¹,
В.А. Бурдин², А.В. Бурдин²

¹Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева-КАИ

²Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики

*E-mail: kazanboy@yandex.ru

DOI: 10.31868/RFL2020.83-84

Совершенство фемтосекундных лазеров и их все более широкое применение делают актуальными решение задач доставки ультракороткого оптического импульса с заданными параметрами [1] до заданной точки и, как следствие, исследования распространения ультракоротких импульсов большой мощности по оптическим волокнам, в том числе и по оптическим волокнам с сохранением поляризации. В [2] достаточно подробно описан эксперимент по передаче оптического импульса длительностью 12 фс по одномодовому оптическому волокну с сохранением поляризации на расстояние 2,5 мм. В этих же работах представлены результаты расчетов импульсного отклика на выходе оптического волокна, полученные, кроме прочих, и методом конечных разностей во временной области без учета и с учетом хроматической дисперсии третьего порядка и рассеяния Рамана. Описывая распространение оптических импульсов в одномодовом оптическом волокне с сохранением поляризации, необходимо учитывать распространение двух ортогонально-поляризованных мод.

В работе система связанных уравнений Шредингера приведена к виду, описывающему передачу ультракороткого оптического импульса при распространении в одномодовом оптическом волокне с сохранением поляризации двух ортогонально-поляризованных мод. Система уравнений записывается в конечно-разностных соотношениях, при этом проводится разделение формы записи линейных и нелинейных слагаемых. Запись линейных слагаемых осуществляется по неявной схеме, а нелинейных по явной конечно-разностной схеме. Подход позволил на каждом шаге интегрирования разделить систему уравнений Шредингера на две системы линейных уравнений относительно каждой моды.

В общем виде эволюция коротких оптических импульсов в оптическом волокне при распространении в нем нескольких мод описывается системой связанных нелинейных уравнений Шредингера:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial A_i}{\partial z} = -\frac{\alpha_i}{2} A_i - \beta_{1,i} \frac{\partial A_i}{\partial t} - j \frac{\beta_{2,i}}{2} \frac{\partial^2 A_i}{\partial t^2} + \frac{\beta_{3,i}}{6} \frac{\partial^3 A_i}{\partial t^3} + \\ + j \gamma_i A_i \sum_{m=1}^M C_{i,m} |A_m|^2 - \frac{\gamma_i}{\omega_{0,i}} \sum_{m=1}^M B_{i,m} \frac{\partial (|A_m|^2 A_i)}{\partial t} - j \gamma_i T_R A_i \sum_{m=1}^M B_{i,m} \frac{\partial (|A_m|^2)}{\partial t}, \\ i = \overline{1, M} \end{array} \right. \quad (1)$$

где A_i – комплексные огибающие оптического импульса i -ой моды; α_i – коэффициент затухания i -ой моды; $\beta_{1,i}$, $\beta_{2,i}$, $\beta_{3,i}$ – параметры дисперсии первого, второго и третьего порядков i -ой моды соответственно; γ_i – параметр нелинейности для i -ой моды; $C_{i,m}$, $B_{i,m}$ – коэффициенты связи между i -ой и m -ой модами; T_R – параметр рассеяния Рамана; $\omega_{0,i}$ – круговая частота i -ой моды; z – координата, направленная вдоль оси волокна; t – время.

Частный случай совпадения системы связанных нелинейных уравнений Шрёдингера с системой уравнений Манакова, записанной с дисперсией до второго порядка, который достигается при выборе коэффициентов $\beta_{3,y} = \beta_{3,y} = 0$, и особом выборе для γ_x и γ_y при котором $T_R = 0$ и $\omega_0 \rightarrow \infty$. Решение системы уравнений Манакова, как частного случая системы связанных нелинейных уравнений Шрёдингера, полученное предложенным методом полностью и качественно и количественно (рисунок 1, а) совпадают с решением, полученным нами ранее для уравнения Манакова второго рода [4], и другими авторами [5]. Для тестового расчета можно принять данные, приведенные в [2,5], которые опираются на результаты эксперимента: $\alpha = 0.2$ дБм/км, $\beta_{1,x} = 4.294 \times 10^{-9}$ с/м, $\beta_{1,y} = 4.290 \times 10^{-9}$ с/м, $\beta_{2,x} = 3.600 \times 10^{-26}$ с²/м, $\beta_{2,y} = 3.250 \times 10^{-26}$ с²/м, $\beta_{3,y} = \beta_{3,y} = 2.750 \times 10^{-41}$ с³/м, $\gamma_x = \gamma_y = 3.600 \times 10^{-2}$ (м·Вт)⁻¹, $T_R = 4.000 \times 10^{-15}$ с, $\omega_0 = 2.3612 \times 10^{-15}$ с⁻¹ (длина волны 798 нм). На входе, одиночный chirпированный импульс с формой кривой Гаусса (chirp $C = -0.4579$), длительность импульса на половине высоты – 12 фс, с пиковой мощностью $P = 1.75 \times 10^5$ Вт. На рисунке 1,б приведены результаты расчетов прохождения импульса при значениях коэффициентов, приведенных выше.

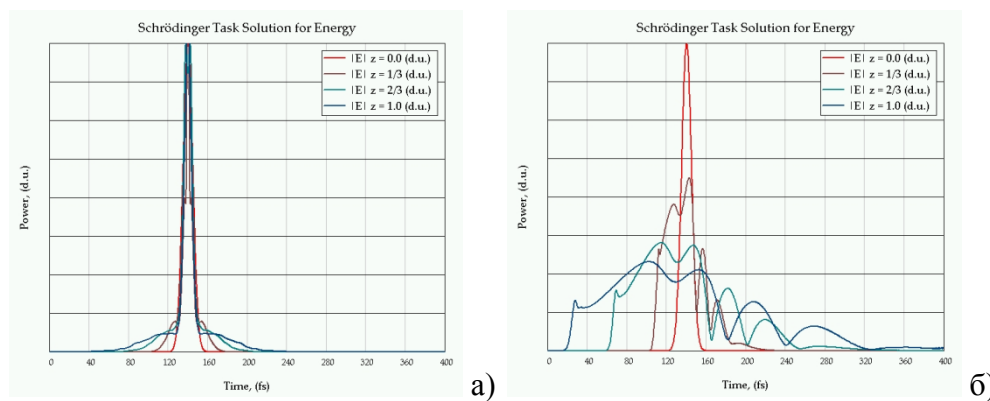


Рис. 1. Изменение формы импульса при распространении его по волокну: а) уравнения Манакова второго рода; б) уравнения Шрёдингера: красная линия при $z = 0$ (начальное распределение), коричневая при $z = 1/3$, зеленая – $z = 2/3$, синяя при $z = 1$ (расстояние ~2,5 мм)

Число точек разбиения по времени составило 20 тыс. штук, по расстоянию было выполнено ~720 тыс. шагов интегрирования, с начальным шагом $\Delta\xi = 1 \cdot 10^{-4}$ безразм. ед. и автоматическим регулированием его величины, что позволило просчитать прохождение импульса на ~2.5 мм. Точность получения решения для итерационного процесса была выбрана 10^{-50} безразм. ед. Все вычисления производились с двойной машинной точностью в операционной системе с разрядностью x64. Данные расчетов (синяя линия, 1,б) хорошо согласуются с результатами, приведенными в [2, 4, 5], что подтверждает работоспособность алгоритма в целом и возможность его применения для решения подобных нелинейных задач.

Литература

- [1] Pouysegur, J., Guichard, F., et al. *Proc. Advanced Solid State Lasers*, 2015, hal-01359547.
- [2] Karasawa, N., Nakamura, S., et al. *Nonlinear Opt.*, **24**, 133–138. (2000)
- [3] Sakhabutdinov, A.Zh., Anfinogentov, V.I., et al. *Computational Technologies.* **25**, 42–54 (2020).
- [4] Бурдин, В.А., Бурдин, А.В. *Прикладная фотоника*, **6**, 93–108, (2019)
- [5] Sakhabutdinov, A.; Anfinogentov, V.; et al. *Fibers*, **8**, 34, (2020)